

## N I Z O V I

1. Ispiši nedostajuće članove niza

$$6, *, *, *, *, *, *, *, *, 4, *, *, *, *, * .$$

ako se zna da je zbir svaka tri uzastopna člana niza jednak 15,

2. U nizu

$$*, 8, *, *, *, 21, 30, *, *, *, *, *$$

svaku zvezdicu zameni nekim brojem tako da svi zbrojevi od po tri uzastopna člana budu jednaki.

3. Niz brojeva formira se na sledeći način: Na prvom mestu je broj 7, a dalje, iza svakog broja je zbir cifara njegovog kvadrata uvećan za 1. Tako, na drugom mestu je broj 14 jer je  $7^2 = 49$ , a  $4+9+1=14$ . Na trećem mestu je broj 17, itd. Koji se broj nalazi na 2014. mestu?

4. Ispisano je 2014 cifara u niz jedna iza druge. Poznato je da je svaki dvocifren broj koji sačinjavaju dve susedne cifre u nizu (tim redom kojim su napisane) deljiv sa 17 ili sa 23.

- (a) Poslednja cifra u nizu je 1. Koja je prva?  
(b) Prva cifra u nizu je 9. Koja je poslednja?

5. (Opštinsko takmičenje, 2006, 6. razred) Odredi 2014. cifru iza decimalne zapete u decimalnom zapisu broja  $\frac{21}{37}$ .

6. Na tabli je napisan broj 61. Svake sekunde broj na tabli zamenjuje se brojem koji se dobije kad se proizvod cifara napisanog broja poveća za 13. Koji će broj biti napisan na tabli posle 2014 sekundi?

7. Beskonačan pravi decimalni razlomak dobijen je tako što su za prve dve cifre iza decimalne zapete uzete cifre  $a$  i  $b$ , a svaka sledeća cifra jednaka je poslednjoj cifri zbira dve prethodne cifre. Za koje će se parove cifara  $a$  i  $b$  u zapisu toga decimalnog razlomka pojaviti kombinacija cifara 57?

8. Odredi poslednju cifru broja  $2^{2014}$ .

9. Odredi poslednju cifru broja  $2013^{2014}$ .

10. U nizu

$$1, -1, -1, 1, -1, \dots$$

šesti član jednak je proizvodu prvog i drugog, sedmi proizvodu drugog i trećeg, osmi proizvodu trećeg i četvrtog itd... svaki član počev od šestog jednak je proizvodu dva člana koji su za četiri i za pet mesta ispred njega. Koji je broj na 2014. mestu? Izračunaj zbir prvih 2014 brojeva.

11. Fibonačijev niz brojeva formira se po sledećem zakonu:

$$F_1 = 1, F_2 = 1; F_n = F_{n-1} + F_{n-2}, \text{ za } n \geq 3.$$

Odredi poslednju cifru 2014. člana Fibonačijevog niza.

12. Posmatrajmo niz brojeva

1, 14, 27, 40,...

u kome je svaki broj za 13 veći od prethodnog broja u nizu. Dokaži da u tome nizu ima beskonačno mnogo brojeva koji se zapisuju samo pomoću cifre 2.

**13.** Dokaži da u nizu

31, 331, 3331, 33331, ...

ima beskonačno mnogo brojeva deljivih sa 31, a nema nijednog deljivog sa 13.

**14.** Dokazati da je za svaki prirodan broj  $n$  cifra desetica broja  $3^n$  parna.

**15.** U vrstu je ispisano 100 brojeva različitih od 0. Poznato je da je svaki broj osim prvog i poslednjeg jednak proizvodu dva njemu susedna broja. Odredi poslednji broj, ako je prvi 7.

**16.** Dat je niz

$a_0, a_1, a_2, \dots$

gde je  $a_0 = a_1 = 1$ ,  $a_{n+1} = a_{n-1} \cdot a_n + 1$ , za  $n \geq 1$ . Dokaži da broj  $a_{2014}$  nije deljiv sa 4.

**17.** Koliko ima prirodnih brojeva  $x$  manjih od 10000 za koje je broj  $2^x - x^2$  deljiv sa 7?

**18.** Dokaži da ne postoje dva različita stepena dvojke koji se jedan iz drugog mogu dobiti permutovanjem cifara.

**19.** Niz brojeva formira se na sledeći način: Prvi član niza je broj  $3^{2014}$ ; svaki sledeći, počev od drugog, jednak je zbiru cifara prethodnog. Nađi broj koji u tom nizu stoji na 2014. mestu.

**20.** Na stolu se naleze žetoni, među kojima ima crnih i belih. Pera od žetona pravi dva stuba na sledeći način: on uzima jedan po jedan žeton i stavlja ih na jedan od dva stuba. Pri tome ne sme nikad postaviti neki žeton na žeton iste boje. Deseti i jedanaesti žeton koje je uzeo Pera su bele boje, a dvadeset peti je crne boje. Koje je boje dvadeset šesti žeton?

**21.** Dat je niz brojeva u kome je svaki član, počev od drugog, jednak proizvodu dva susedna člana. Proizvod prvih 10 članova jednak je 18, a proizvod prvih 20 jednak je 12. Nađi proizvod prvih 2014 članova niza.

**22.** Za dati prirodan broj  $n$  formira se niz prirodnih brojeva

$n_1, n_2, n_3, \dots$

tako da je broj  $n_1$  jednak zbiru kubova cifara broja  $n$ ,  $n_2$  je zbir kubova cifara  $n_1$ , itd. Dokazati da se, počevši od nekog mesta, brojevi u tom nizu periodično ponavljaju.

**23.** Na tabli je napisan broj 237. Svake sekunde broj na tabli zamenjuje se brojem koji se dobije kad se proizvod cifara napisanog broja poveća za 13. Koji će broj biti napisan na tabli posle 2014 sekundi?