

O ALGEBRI, DON KIHOTU I REBUSIMA

Ratko Tošić, Novi Sad

U osnovnoj školi izučavaju se razni sadržaji iz matematike, ali se oni grubo mogu podeliti na geometriju i ostalo. To ostalo spada u aritmetiku (izučavanje brojeva) i algebru, koju u osnovnoj školi čine linearne jednačine i sistemi linearnih jednačina.

Reč *aritmetika* dolazi od grčke reči $\alpha\rho\iota\theta\mu\omicron\xi$ (arimos) – broj. Kako su Grci pod brojevima podrazumevali samo cele brojeve veće od 1, njihova aritmetika je bila nauka o celim brojevima i o svojstvima brojeva. Prva štampana knjiga iz aritmetike objavljena je anonimno u Italiji 1478. godine.

A da li ste se nekad zapitali, odakle nam je došla reč *algebra*?

Da bismo odgovorili na to pitanje, reći ćemo prvo nekoliko reči o jednom velikom matematičaru.

Abu Džafar Muhamed ibn Musa Al-Horezmi (oko 780 – oko 850), prvi veliki arapski matematičar, rodio se u Hivi, u pokrajini Horezm, na ušću Amu-Darje u Aralsko jezero. Odatle i potiče dodatak u njegovom imenu, ili *nisba*, "al-Horezmi". Dodatak ibn Musa znači da je bio sin Muse, što je arapski oblik imena Mojsije. Ono zbog čega al-Horezmija smatramo jednim od najvećih matematičara jeste njegovo delo *Kitab al-muhtasar fi hisab al-džabr va al-mukabala*

Ova knjiga je jedna od najčuvenijih u istoriji matematike. U njoj je zasnovana jedna nova, u potpunosti originalna grana matematike: algebra.

Al-Horezmiju dugujemo pojam jednačine, pojam koji pre toga nije bio poznat ni Grcima ni Indusima. Rešavanje jednačine sastoji se u određivanju vrednosti nepoznate veličine polazeći od nekih uslova koje ona zadovoljava. "Tu stvar koju tražim", kaže Al-Horezmi, "prvo imenujem. Ali, pošto je ne poznajem, jer za njom upravo trigram, nazvaću je prosto *stvar*".

Al-Horezmijevo veliko otkriće sastoji se u tome što će on sa tom stvari (arapski *šej*), mada je još nepoznata, operisati kao da je poznata.

Da bi se shvatila veličina Al-Horezmijevog otkrića, treba imati u vidu da jednačina ne predstavlja jedan problem, nego celu klasu problema istog tipa. Jedna klasa problema, na primer, može se ovako opisati: "Proizvod neke stvari sa jednim brojem sabran sa drugim brojem daje treći broj." U današnjoj notaciji, to zapisujemo ovako:

$$ax + b = c.$$

Stvar koja se traži je x , a brojevi o kojima se govori tekstu su a, b, c . Problem se sastoji u pronalaženju te stvari svaki put kad su data tri broja. Na primer, ako su dati brojevi $a = 3, b = -2, c = 7$, jednačina postaje

$$3x - 2 = 7.$$

Ovde je u pitanju jednačina prvog stepena (linearna). Specijalnost Al-Horezmija, međutim, bile su mnogo složenije, kvadratne jednačine.

U jednačini učestvuju dva izraza od kojih bar jedan sadrži bar jednu nepoznatu. Kad se jednačina reši i nepoznata veličina (stvar) zameni nađenom vrednošću, jednačina postaje jednakost.

U nekoliko svojih aksioma, grčki matematičar Euklid (3. vek pre nove ere), govori o jednakosti. Na primer:

Ako jednakim stvarima dodamo jednake stvari, celine su jednake.

Ako od jednakih stvari oduzmemo jednake stvari, ostaci su jednaki.

Polazeći od toga, u rešavanju jednačina Al-Horezmi koristi dva postupka, *džabr* i *mukabala*, da bi proizvoljnu jednačinu sveo na jedan od 6 osnovnih oblika, za koje daje način rešavanja.

Postupak "džabr" (tačnije: al-džabr) sastoji se u tome da se na obe strane jednačine doda član jednak članu koji se u jednačini pojavljuje sa negativnim predznakom. Na primer, na taj način se iz jednačine $3x - 2 = 7$ dobija njoj ekvivalentna jednačina $3x - 2 + 2 = 7 + 2$, koja se dalje transformiše u $3x = 7 + 2$, tj. $3x = 9$.

U suštini, reč "al-džabr" je označavala operaciju prenosa članova sa jedne strane jednačine na drugu, uz promenu znaka. Bukvalni smisao reči u arapskom jeziku je "dopunjavanje", "izravnavanje".

Postupak "mukabala" (tačnije "al-mukabala") sastoji se u uzajamnom poništavanju jednakih članova na jednoj i drugoj strani jednačine.

Evropski prevodioci su u početku koristili pun naziv glavnog al-Horezmijevog dela, ali je postepeno drugi deo naslova korišćen sve ređe. Konačno je ostao kratak naslov "al-džabr", koji se postepeno transformisao u "algebra". U prvoj glavi svoje knjige *Ars Magna* (Velika veština), koja je objavljena 1545. godine, Điolamo Kardano tvorcom algebre naziva "Muhameda, sina arapina Muse". On al-Horezmija stavlja na osmo mesto u nizu najvećih genija čovečanstva.

Reč *al-džabr* u arapskom jeziku ima i smisao ispravljanja nečega što je slomljeno. Arapi su osam vekova vladali Španijom, pa je preko Arapa u narodni španski jezik ušla reč *algebrista*, kao naziv za čoveka koji namešta polomljene ili iščašene kosti. U 15. glavi druge knjige Servantesovog "Don Kihota" opisan je dvoboj koji su vodili Don Kihot i Samson Karasko; posle dvoboja Sančo Pansa vodi vitezove u obližnje selo, gde neki vidar (*un algebrista*) leči ugruvanog Karaska.

U Evropi se naziv "algebra" upotrebljavao već početkom 13. veka, mada je još i kasnije Njutn za algebru koristio naziv "opšta aritmetika". Knjiga al-Horezmija je imala izuzetan značaj u istoriji matematike, jer je dugo korišćena kao udžbenik u celoj Evropi. Upravo pod uticajem arapske matematike algebra se formirala kao nauka o rešavanju jednačina. U savremenoj matematici, algebra je nauka koja se bavi operacijama zapisanim u simboličnoj formi.

Sad kad smo rešili problem porekla reči *algebra*, zabavimo se malo rebusima u kojima figuriše ta reč.

1. Ako je

$$ALG + E = BRA,$$

izračunaj proizvod $A \cdot L \cdot G \cdot E \cdot B \cdot R \cdot A$. Različita slova predstavljaju različite cifre, ista slova jednake cifre.

Rešenje. E je jednocifren broj, dakle $E \leq 9$. Sledi da je $B = A + 1$, $L = 9$, $R = 0$, pa je traženi proizvod jednak 0.

Preporučujemo čitaocima da pokušaju da samostalno reše sledeće zadatke:

2. Nađi sva rešenja rebusa

$$ALG + E = BRA.$$

Različita slova predstavljaju različite cifre, ista slova jednake cifre.

3. U reči ALGEBRA jedno slovo zameni znakom \cdot i jedno znakom $+$, a ostala slova zameni ciframa (ista slova istim ciframa, a različita različitim) tako da vrednost dobijenog izraza bude što veća.

4. Da li je moguće u reči ALGEBRA jedno slovo zameniti znakom \cdot i jedno znakom $+$, a ostala slova ciframa (ista slova istim ciframa, a različita različitim) tako da vrednost dobijenog izraza bude 2016?