

# NOVOGODIŠNJI ZADACI

Ratko Tošić, Novi Sad

Svake godine, na takmičenjima se pojavljuju zadaci u kojima figuriše redni broj te godine. Za predlagače zadataka poseban je izazov da sastave zadatak u kome su ili neki uslov, ili samo rešenje, povezani sa rednim brojem godine. Verovatno ni ova godina neće predstavljati izuzetak, pa zato zadaci iz ovog članka mogu da posluže kao svojevrsna priprema za takmičenja. Broj 2014 je proizvod tri prosta broja:  $2014 = 2 \cdot 19 \cdot 53$ , odakle sledi da ima 8 delilaca (uključujući 1 i 2014).

## Z A D A C I

1. U jednakosti

$$* \times *** + * = 2014$$

svaku zvezdicu zameni nekom cifrom tako da se dobije tačan račun.

2. Zameni  $a, b, c, d, e$  ciframa (različita slova različitim ciframa) tako da se dobije tačna jednakost:

$$a \times \overline{bcd} + e = 2014.$$

3. Koliko najmanje puta treba uzastopno ispisati broj 2014 da bi se dobio broj deljiv sa 99?

4. Između svake dve cifre niza

$$9\ 8\ 7\ 6\ 5\ 4\ 3\ 2\ 1$$

postavi znak neke osnovne operacije i po potrebi rasporedi zagrade tako da se dobije izraz čija je brojna vrednost jednaka 2014.

5. Precrtaj šest cifara u nizu

$$2014201420142014$$

tako da desetocifren broj koji se sastoji od preostalih cifara bude

- (a) najveći mogući;
- (b) najmanji mogući.

6. U 2014. godini Marko će napuniti toliko godina koliki je zbir cifara godine njegovog rođenja. To isto važi i za njegovog najstarijeg brata. Koliko je Marko mlađi od svog najstarijeg brata?
7. Označimo sa  $S(n)$  zbir cifara broja  $n$ . Nađi sve prirodne brojeve  $n$  takve da je broj 2014 deljiv sa  $n + S(n)$ .
8. Prirodan broj završava se sa 2014. Brisanjem poslednje četiri cifre broj se smanji ceo broj puta. Koji je to broj?
9. Postoje li celi brojevi  $x, y, z$  takvi da je

$$(x - y)^3 + (y - z)^3 + (z - x)^3 = 20132014?$$

10. Prvi član niza brojeva je 2014, a svaki sledeći jednak je zbiru kvadrata cifara prethodnog. Odredi 2014. član toga niza.
11. Prvi član niza je 439, a svaki sledeći je 13 puta veći od zbira cifara prethodnog. Odredi 2014. član toga niza.
12. Između nekih cifara u nizu od 12 dvojki

222222222222

postavi znake računskih operacija tako da vrednost dobijenog izraza bude 2014.

13. Dešifruj sabiranje

$$\begin{array}{r} \text{AAA} \\ \text{AAB} \\ + \text{ACC} \\ \hline \text{2014} \end{array}$$

14. Šta je veće:  $\frac{2013}{2014}$  ili  $\frac{20132013}{20142014}$ ?
15. Da li se neki pravougaonik površine 2014 sa celobrojnim dužinama stranica može razrezati na 12 kvadrata sa celobrojnim dužinama stranica?
16. Zbir nekih 2014 prirodnih brojeva je neparan broj. Da li je proizvod tih brojeva paran ili neparan?

17. Da li je broj  $1157^{2014} + 34^{2014}$  potpun kvadrat?
18. Dokazati da broj  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 2014^2$  nije potpun kvadrat.
19. Nađi zbir prvih 2014 decimala razlomka  $\frac{6}{7}$ .
20. Da li postoje prirodni brojevi  $x$  i  $y$  takvi da je  $x^2 + 5y = 2013 \cdot 2014$ ?
21. Odredi poslednju cifru broja

$$1^{2014} + 2^{2014} + 3^{2014} + \dots + 2014^{2014}.$$

22. Odredi poslednju cifru broja

$$1^1 + 2^2 + 3^3 + \dots + 2014^{2014}.$$

23. Odredi dve poslednje cifre broja  $8^{2014}$ .
24. Odredi četiri poslednje cifre broja  $5^{2014}$ .
25. Reši u skupu prirodnih brojeva jednačinu

$$xyz + xy + xz + yz + x + y + z = 2014.$$

26. Da li je moguće predstaviti broj 201420142014 u obliku zbira dva kvadrata prirodnih brojeva?
27. Na tabli su napisani brojevi

$$1, 2, 3, 4, \dots, 2013, 2014.$$

Dozvoljeno je izbrisati dva broja i umesto njih napisati apsolutnu vrednost njihove razlike. Na taj način se svaki put broj napisanih brojeva smanjuje za 1. Da li je moguće da na kraju ostane zapisana samo nula?

28. Odredi poslednju cifru zbira kvadrata prvih 2014 članova niza

$$2, 5, 8, 11, 14, \dots$$